

TeX と beamer を用いた 数式を含むプレゼンテーション

岡山県立西大寺高等学校
主幹教諭 大石 勝

2016.9.29

(1) S_n から a_n を求める問題

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = n^2$ のとき, a_n を求めよ。

(1) S_n から a_n を求める問題

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = n^2$ のとき, a_n を求めよ。

$n \geq 2$ のとき,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1 \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

(1) S_n から a_n を求める問題

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = n^2$ のとき, a_n を求めよ。

$n \geq 2$ のとき,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1 \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$n = 1$ のとき,

$$a_1 = S_1 = 1$$

(1) S_n から a_n を求める問題

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = n^2$ のとき, a_n を求めよ。

$n \geq 2$ のとき,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1 \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$n = 1$ のとき,

$$a_1 = S_1 = 1$$

①は $n = 1$ のときも成り立つ。

(1) S_n から a_n を求める問題

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が, $S_n = n^2$ のとき, a_n を求めよ。

$n \geq 2$ のとき,

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1 \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$n = 1$ のとき,

$$a_1 = S_1 = 1$$

①は $n = 1$ のときも成り立つ。

よって, $a_n = 2n - 1$

(1) S_n から a_n を求める問題

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、 $S_n = n^2$ のとき、 a_n を求めよ。

$n \geq 2$ のとき、

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= n^2 - (n-1)^2 = 2n - 1 \cdots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$n = 1$ のとき、

$$a_1 = S_1 = 1$$

①は $n = 1$ のときも成り立つ。

よって、 $a_n = 2n - 1$

(1) S_n から a_n を求める問題

$n = 1$ のとき, 成り立たないような類題を作成せよ。

(1) S_n から a_n を求める問題

$n = 1$ のとき, 成り立たないような類題を作成せよ。

『 $n \geq 2$ のとき, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 』が $n = 1$ でも成り立つのは,
 $S_0 = 0$ のときである。

(1) S_n から a_n を求める問題

$n = 1$ のとき, 成り立たないような類題を作成せよ。

『 $n \geq 2$ のとき, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 』が $n = 1$ でも成り立つのは,
 $S_0 = 0$ のときである。

したがって, $S_0 \neq 0$ である例を作ればよい。

(1) S_n から a_n を求める問題

$n = 1$ のとき, 成り立たないような類題を作成せよ。

『 $n \geq 2$ のとき, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 』が $n = 1$ でも成り立つのは,
 $S_0 = 0$ のときである。

したがって, $S_0 \neq 0$ である例を作ればよい。

例 : $S_n = n^2 + 1$

(1) S_n から a_n を求める問題

$n = 1$ のとき, 成り立たないような類題を作成せよ。

『 $n \geq 2$ のとき, $a_n = S_n - S_{n-1}$ 』が $n = 1$ でも成り立つのは,
 $S_0 = 0$ のときである。

したがって, $S_0 \neq 0$ である例を作ればよい。

例 : $S_n = n^2 + 1$

例 : $S_n = 2^n$

(1) S_n から a_n を求める問題

$n = 1$ のとき、成り立たないような類題を作成せよ。

『 $n \geq 2$ のとき、 $a_n = S_n - S_{n-1}$ 』が $n = 1$ でも成り立つのは、 $S_0 = 0$ のときである。

したがって、 $S_0 \neq 0$ である例を作ればよい。

例 : $S_n = n^2 + 1$

例 : $S_n = 2^n$

例 : $S_n = \frac{1}{n}$

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

$\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ であるとき, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ を最小にする実数 t と最小値を求めよ。

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

$\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ であるとき, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ を最小にする実数 t と最小値を求めよ。

$$\vec{a} + t\vec{b} = (1, 2) + t(1, 1) = (t + 1, t + 2)$$

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

$\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ であるとき, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ を最小にする実数 t と最小値を求めよ。

$$\vec{a} + t\vec{b} = (1, 2) + t(1, 1) = (t+1, t+2)$$

$$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 = (t+1)^2 + (t+2)^2$$

$$= 2t^2 + 6t + 5$$

$$= 2\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

$\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ であるとき, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ を最小にする実数 t と最小値を求めよ。

$$\vec{a} + t\vec{b} = (1, 2) + t(1, 1) = (t+1, t+2)$$

$$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 = (t+1)^2 + (t+2)^2$$

$$= 2t^2 + 6t + 5$$

$$= 2\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$|\vec{a} + t\vec{b}|^2$ は $t = -\frac{3}{2}$ のとき最小で, 最小値 $\frac{1}{2}$ をとる。

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

$\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ であるとき, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ を最小にする実数 t と最小値を求めよ。

$$\vec{a} + t\vec{b} = (1, 2) + t(1, 1) = (t+1, t+2)$$

$$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 = (t+1)^2 + (t+2)^2$$

$$= 2t^2 + 6t + 5$$

$$= 2\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$|\vec{a} + t\vec{b}|^2$ は $t = -\frac{3}{2}$ のとき最小で, 最小値 $\frac{1}{2}$ をとる。

$|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから,

$|\vec{a} + t\vec{b}|$ も $t = -\frac{3}{2}$ のとき最小で, 最小値 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ をとる。

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

$\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (1, 1)$ であるとき, $|\vec{a} + t\vec{b}|$ を最小にする実数 t と最小値を求めよ。

$$\vec{a} + t\vec{b} = (1, 2) + t(1, 1) = (t+1, t+2)$$

$$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 = (t+1)^2 + (t+2)^2$$

$$= 2t^2 + 6t + 5$$

$$= 2\left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$$

$|\vec{a} + t\vec{b}|^2$ は $t = -\frac{3}{2}$ のとき最小で, 最小値 $\frac{1}{2}$ をとる。

$|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから,

$|\vec{a} + t\vec{b}|$ も $t = -\frac{3}{2}$ のとき最小で, 最小値 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ をとる。

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

『 $|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから』は、なぜ必要なのか。

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

『 $|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから』は、なぜ必要なのか。

$$t = -\frac{2}{3} \text{ のとき, } |\vec{a} + t\vec{b}|^2 = \frac{1}{2} \iff |\vec{a} + t\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

『 $|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから』は、なぜ必要なのか。

$$t = -\frac{2}{3} \text{ のとき, } |\vec{a} + t\vec{b}|^2 = \frac{1}{2} \iff |\vec{a} + t\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから,

$$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 \geq \frac{1}{2} \iff |\vec{a} + t\vec{b}| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(2) ベクトルの大きさの最小値を求める問題

『 $|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから』は、なぜ必要なのか。

$$t = -\frac{2}{3} \text{ のとき, } |\vec{a} + t\vec{b}|^2 = \frac{1}{2} \iff |\vec{a} + t\vec{b}| = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$|\vec{a} + t\vec{b}| \geq 0$ であるから,

$$|\vec{a} + t\vec{b}|^2 \geq \frac{1}{2} \iff |\vec{a} + t\vec{b}| \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

つまり本質は,

$$a \geq 0, b \geq 0 \text{ のとき, } a^2 \geq b^2 \iff a \geq b$$